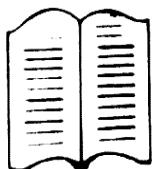
ইউনিট ২

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ
Measures of Central Tendency

ভূমিকা

আমরা নানা ধরনের কৌশল এবং হাতিয়ার ব্যবহার করে শিক্ষার্থীর বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করে থাকি। পরিমাপের ফলাফলকে সাধারণত প্রকাশ করি নম্বর বা স্কোর দিয়ে। কোন একটি শিক্ষার্থীদলের স্কোরগুলো যখন ছড়িয়ে ছিটিয়ে থাকে তখন তা থেকে দলের কোন সদস্য বা সমগ্র দলটির পারদর্শিতা সম্পর্কে সুস্পষ্ট কোন ধারণা পাওয়া যায় না। শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়াকে ফলপ্রসূ করে তোলার জন্যই আমাদের যে কোন শিক্ষার্থীর ব্যক্তিগত অগ্রগতি এবং সেই সঙ্গে দলগত অগ্রগতি সম্বন্ধে অবহিত হওয়া প্রয়োজন। কারণ প্রত্যেক শিক্ষার্থী একটি আলাদা ব্যক্তিসত্তা এবং একটি শ্রেণীতে রয়েছে এরকম ৫০/৬০ টি পৃথক ব্যক্তিসত্তার সমাবেশ। শিক্ষক হিসাবে আমাদের কর্তব্য হল এই ৬০ জন শিক্ষার্থীকেই একই সাথে তাদের ব্যক্তিগত জ্ঞানের চাহিদা মেটানো এবং দলটিকে একটি সমসত্ত (homogeneous) দল হিসাবে একই মানের পাঠদান করা। প্রতিটি শিক্ষার্থী তার সহপাঠীদের তুলনায় কোন অবস্থানে রয়েছে তা প্রতিনিয়ত যাচাই করতে হয়।

এ সমস্ত কারণে পরিসংখ্যান পদ্ধতি প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোরগুলোকে বিশ্লেষণ করার প্রয়োজন দেখা দেয়। স্কোরগুচ্ছের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য প্রধানত যে দুই প্রকার পরিমাপের প্রয়োজন হয় তা হচ্ছে ঃ

- কেন্দ্রীয় প্রবণতা
- বিষমতা

পঞ্চম ও ষষ্ঠ ইউনিট দুইটিতে উল্লিখিত দুই প্রকার পরিমাপ সম্পর্কে আমরা বিশদভাবে জানব। পঞ্চম ইউনিটে আলোচনা করব কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ সম্পর্কে। কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বুঝায়, কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কি কি, কোন পরিমাপের বৈশিষ্ট্য কি ইত্যাদি। এছাড়া প্রত্যেক প্রকার কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পদ্ধতির ব্যবহার সম্বন্ধে দক্ষতা অর্জন করব।

পাঠ ১

কেন্দ্রীয় প্রবণতার প্রকারভেদ
[Types of the Measures of Central Tendency]

এ পাঠ শেষে আপনি —

- কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বুঝায় তা বলতে পারবেন
- কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপের ব্যাখ্যা দিতে পারবেন।

যখন কোন এক গুচ্ছ স্কোরকে গণসংখ্যা বন্টনে সাজানো হয় তখন একটা বিষয় প্রায়শঃ লক্ষ্য করা যায় যে অধিকাংশ স্কোর মাঝামাঝি শ্রেণীগুলোতে বেশি ভিড় জমায়। উপরের এবং নিচের শ্রেণীগুলোতে ফ্রিকোয়েন্সী কম থাকে। যে কোন বন্টনের এই যে স্কোরগুলোর মাঝামাঝি স্থানে কেন্দ্রীভূত হওয়ার প্রবণতাকেই কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

মনে করুন, আপনি চট্টগ্রামের কোন এক বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর বৌদ্ধ ধর্ম বিষয়ের শিক্ষক, ত্রৈমাসিক পরীক্ষার যে গণসংখ্যা নিবেশন বা বন্টনটি তৈরি করলেন তা এ ধরনের —

সারণী ২-১.১ নমুনা গণসংখ্যা নিবেশন

শ্রেণীব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৪০ - ৪৯	০
৫০ - ৫৯	১
৬০ - ৬৯	৭
৭০ - ৭৯	২০
৮০ - ৮৯	৮
৯০ - ৯৯	৪

এখানে দেখা যাচ্ছে ২০ জন শিক্ষার্থী ৭০ থেকে ৭৯ এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে।

অর্থাৎ, সবচেয়ে বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থী (৭০ - ৭৯) এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে।

মনে করুন, আপনার স্কুলে ষষ্ঠ শ্রেণীতে তিনটি শাখা রয়েছে। আপনি যদি তিনটি শাখায় একই বিষয় পাঠদান করে থাকেন তাহলে আপনার নিশ্চয়ই জানতে ইচ্ছে হবে বিষয়টিতে কোন শাখাটির অগ্রগতি সবচেয়ে বেশি হয়েছে এবং কোন শাখাটি তুলনামূলক ভাবে পিছিয়ে আছে। একটি শিক্ষা বছরে শিক্ষার মান উন্নয়নে কোন প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা গ্রহণ করার জন্যই একজন শিক্ষকের এটা জানা দরকার। আপনি যদি অভীক্ষা প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোরগুচ্ছের শাখা ভিত্তিক কেন্দ্রীয় প্রবণতার মান নির্ণয় করেন তাহলে বিভিন্ন শাখার শিক্ষার্থীদের দলগত অগ্রগতি সম্পর্কে ধারনা পাবেন। এছাড়া তিনটি শাখার জন্য প্রাপ্ত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ থেকে মোটামুটিভাবে বিভিন্ন শাখার পারদর্শিতার তুলনা করতে পারবেন।

স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতার বৈশিষ্ট্য নির্ণয়ের জন্য যে পরিসংখ্যান ব্যবহার করা হয় তাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ বলা হয়। একটি মাত্র সংখ্যামান সমগ্র বন্টনটির প্রতিনিধিত্ব করে। এ কারণে একে গুরুত্বপূর্ণ পরিসংখ্যান হিসাবে গণ্য করা হয়।

সাধারণত শিক্ষা মূল্যায়নের ক্ষেত্রে তিন ধরনের কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ব্যবহার করা হয়ে থাকে —

- গড় বা মিন (mean)
- মধ্যক বা মিডিয়ান (median)
- প্রচুরক বা মোড (mode)

গড়

সবচেয়ে অধিক পরিচিত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপটি হচ্ছে গড়। আমরা প্রায় প্রত্যেকেই নানা কাজে গড় নির্ণয় এবং ব্যবহার করে থাকি। যেমন, গড় আয় কত? গড় বৃষ্টিপাত কত? গড় তাপমাত্রা কত? গড় কৃষি উৎপাদন কত? ইত্যাদি অসংখ্য প্রকারের গড় নির্ণয় করতে হয় বিভিন্ন কাজের জন্য। প্রতিটি রাশিকে যোগ করে সেই যোগফলকে রাশিগুলোর সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে গড় পাওয়া যায়, তা আমরা শিখেছি বিদ্যালয়ের নিচের শ্রেণীতে।

a

আমরা যদি এক মাসের সর্বোচ্চ তাপমাত্রার গড় নির্ণয় করতে চাই তাহলে কি করব? মাসটি ৩০ দিনের হলে প্রতি দিনের সর্বোচ্চ তাপমাত্রাগুলোকে যোগ করব পরে সেই যোগফলকে ৩০ দিয়ে ভাগ করব। প্রাপ্ত ফলটি হবে মাসের সর্বোচ্চ তাপমাত্রার গড়।

পরিমাপের একক গড়ের একক হিসাবে ব্যবহৃত হয়।

প্রতিদিনের তাপমাত্রা যদি সেলসিয়াস স্কেলে রেকর্ড করা হয়ে থাকে তাহলে গড় তাপমাত্রাকে সেলসিয়াস ডিগ্রীতে প্রকাশ করতে হবে। আশ্চর্যজনক হলেও সত্য যে, ডিসেম্বর মাসে রাশিয়ার গড় তাপমাত্রা যখন $-৮^{\circ}C$ তখন সিঙ্গাপুরের গড় তাপমাত্রা $৩১^{\circ}C$।

দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন তথ্য সংক্ষেপে পরিবেশনের জন্য যেমন গড় নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় তেমনি শিক্ষা ক্ষেত্রেও শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা সম্পর্কিত তথ্য পরিবেশনের জন্য গড় নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। কোন শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বর বা স্কোরগুলোকে পৃথক পৃথক ভাবে দেখে শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের দলগত অগ্রগতি সম্পর্কে কোন সঠিক ধারণা পাওয়া যায় না। স্কোরগুলোর প্রতিনিধিত্বমূলক সংখ্যামান থেকে দলটির সামগ্রিক কৃতিত্বের পরিচয় পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে সাধারণভাবে আমরা যে সূত্রটি ব্যবহার করি তা হচ্ছে,

গড় নির্ণয়ের সূত্র

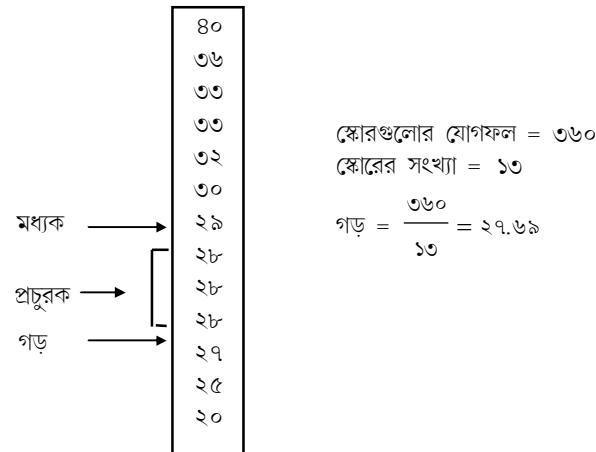
$$\text{গড়} = \frac{\text{স্কোরগুলোর সমষ্টি}}{\text{স্কোরের সংখ্যা}} \qquad \text{(সূত্র ২-১.১)}$$

একের অধিক দলের গড় জানা থাকলে দলগুলোর মধ্যে তুলনা করা সম্ভব হয়।

মধ্যক

শিক্ষাগত পরিমাপের ক্ষেত্রে সবচেয়ে বেশি ব্যবহৃত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপটি হচ্ছে মধ্যক। মধ্যক এমন একটি বিন্দু যা বন্টনকে সমান দুইভাগে ভাগ করে। এই বিন্দুর নিচে শতকরা ৫০টি স্কোর বা নম্বর থাকে এবং উপরে শতকরা ৫০টি স্কোর বা নম্বর থাকে। কোন বন্টনের মধ্যক নির্ণয়ের সময় স্কোরের আকার কোন বিবেচ্য বিষয় নয়। সাধারণত মধ্যকের সাহায্যে বন্টনে কোন শিক্ষার্থীর অবস্থান নির্দেশ করা হয়। যে শিক্ষার্থী উপরের ৫০% এর মধ্যে থাকে তাঁকে মধ্যকের উপরের দলের সদস্য বলে চিহ্নিত করা হয়। যে শিক্ষার্থী নিচের ৫০% এর মধ্যে থাকে তাকে মধ্যকের নিচের দলের সদস্য বলে চিহ্নিত করা হয়।

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য বন্টনের স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজিয়ে নিতে হয়। স্কোরের সংখ্যা বিজোড় হলে বন্টনের ঠিক মধ্যে অবস্থিত স্কোরটির মানই হল মধ্যক। স্কোর সংখ্যা জোড় হলে বন্টনের মধ্যবর্তী দুটি স্কোরের মধ্যবিন্দুটি মধ্যক হয়।

প্রচুরক

বন্টনে যে স্কোরটি সর্বাধিক বার আসে তাকে প্রচুরক বলে। স্কোরগুলোকে ভালভাবে লক্ষ্য করলেই প্রচুরক বের করা যায়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার এই পরিমাপটি সব সময় গ্রহণযোগ্য নয়, বিশেষ করে ছোট দল বা কমসংখ্যক স্কোরের ক্ষেত্রে। একটি মাত্র স্কোরের মানের পরিবর্তন হলে বন্টনটির প্রচুরকের অবস্থানের বিরাট পরিবর্তন হতে পারে।

যেমন - (২৫) ২১, [৩৬] ২৭, (২৫) ৩০, [৩৬] ২২, (২৫)

এই বন্টনটির প্রতি লক্ষ্য করলে আমরা সহজেই বুঝতে পারি যে প্রচুরক ২৫। যদি একটি ২৫ স্কোর বদলে গিয়ে ৩৬ হয় তাহলে প্রচুরক হবে ৩৬। প্রচুরকের মানের এ ধরনের পরিবর্তন হয় বলে ছোট বন্টনের ক্ষেত্রে প্রচুরকের ব্যবহার নির্ভরযোগ্য নয়।

পরবর্তী পর্যায়ে আমরা দেখব যে গণসংখ্যা নিবেশনের গড়, মধ্যক ও প্রচুরক সমান তাকে সুষম নিবেশন বলা হয়।

আসুন, এবার আমরা নিচের বন্টনটির কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপ অর্থাৎ গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক নির্ণয় করি।

এবার আমরা মধ্যক বের করি। এই বন্টনটিতে মোট ১৩টি স্কোর রয়েছে। ষষ্ঠ সংখ্যাটি হল মধ্যক অর্থাৎ ২৯ হল মধ্যক। আবার ভাল করে লক্ষ্য করলে দেখা যাবে ২৮ স্কোরটি তিনবার এসেছে। ৩৩ সংখ্যাটিও একের অধিকবার এসেছে কিন্তু তিনবার শুধুমাত্র ২৮ স্কোরটিই এসেছে। সুতরাং ২৮ হল এই নিবেশনটির প্রচুরক।

গড়	মধ্যক	প্রচুরক
২৭.৬৯	২৯	২৮

বিশ্লেষণ

আপনি কি এবার বিশ্লেষণ করতে আগ্রহী?

তাহলে আপনার বক্তব্য হবে ঃ

- শিক্ষার্থীদের স্কোর ২৭.৬৯ ≅ ২৮ কে কেন্দ্র করে রয়েছে
- সবচেয়ে বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থী যে স্কোরটি পেয়েছে তাহল ২৮
- ২৯ স্কোর যে শিক্ষার্থী পেয়েছে তার অবস্থান একেবারে মাঝখানে। অর্থাৎ তার চেয়ে ভাল নম্বর পেয়েছে শ্রেণীর শতকরা পঞ্চাশ জন ছাত্র এবং তার চেয়ে কম নম্বর বা স্কোর পেয়েছে শ্রেণীর ঠিক শতকরা পঞ্চাশ জন ছাত্র।

এটি যদি গণিত বিষয়ের ৫০ নম্বরের পরীক্ষার ফলাফল হয় তবে আপনি চট করে বুঝে নিলেন কোন ছাত্র ফেল না করলেও এই শ্রেণীতে গণিত বিষয় ভবিষ্যতে আরো মনোযোগ সহকারে অনুশীলন করাতে হবে। তবে তার আগে একদিন শিক্ষার্থীদের সাথে খোলামেলা আলোচনা করে জেনে নিতে হবে তাদের অসুবিধা কোথায় এবং যে শিক্ষার্থীটি ২০ নম্বর পেয়েছে তার প্রতি বিশেষ মনোযোগ দিতে হবে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ১

অ) বহু নির্বাচনী পশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

১. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কোনটি?
   ক. বন্টনের মাঝামাঝিতে স্কোরগুলোর ভিড় করার প্রবণতা
   খ. স্কোরগুলোর কেন্দ্র থেকে সমান দূরে অবস্থান করার প্রবণতা
   গ. উচ্চমানের স্কোরগুলোর দলগঠন করার প্রবণতা
   ঘ. নিম্নমানের স্কোরগুলোর বন্টনের একপ্রান্তে ভিড় করার প্রবণতা

নিচের স্কোরগুচ্ছের উপর ভিত্তি করে ২, ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দিন।

স্কোরগুচ্ছ	১৫	১৮	২২	১৪	১৩	২	২৫	৩৫	৩২	২১	২৫

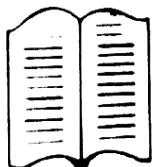
২. গড় কত?
   ক. ২০.১৮
   খ. ২১.০
   গ. ২১.৫
   ঘ. ২২.০

৩. মধ্যক কত?
   ক. ২০.০
   খ. ২১.০
   গ. ২১.৫
   ঘ. ৩৫.০

৪. প্রচুরক কত?
   ক. ৩৫.০
   খ. ২৫.০
   গ. ২১.০
   ঘ. ২২.০

আ) সংক্ষিপ্ত উত্তরমূলক প্রশ্ন

১. স্কোরগুচ্ছটির প্রতি এবার মনোযোগ দিন। কোন অসঙ্গতি ধরা পড়ছে কি? কোন পরীক্ষার নম্বর হলে আপনার কি ধরনের অনুভুতি হবে? স্কোরগুচ্ছ দেখে আপনি কি কোন প্রশ্ন করতে চান?

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। ক, ২। ক, ৩। খ, ৪। খ

আ) ৫। যে শিক্ষার্থী মাত্র ২ নম্বর পেয়েছে তার দুর্বলতা জানতে হবে, তাকে বাড়তি সাহায্য করতে হবে।

পাঠ ২

অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়

[Mean from Ungrouped Data]

এ পাঠ শেষে আপনি —

- অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন
- কয়েকটি দলের গড় থেকে মিলিত গড় নির্ণয় করতে পারবেন।

আমরা জানি, কোন বন্টনের স্কোরগুচ্ছের যোগফল অথবা সমষ্টিকে স্কোর সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলেই স্কোরগুলোর গড় পাওয়া যায়। এ কাজের জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে তা আমরা ১ম পাঠেই দেখেছি। সূত্রটি হল —

গড় নির্ণয়ের প্রথম সূত্র

$$M = \frac{\sum X}{N} \qquad \text{(সূত্র ২-২.১)}$$

এখানে, M = গড়
$\sum$ = সমষ্টির চিহ্ন
X = এক একটি স্কোর
N = স্কোরের সংখ্যা

উদাহরণ-১ ঃ

৬৫	৩০	৫২	৭১	৪২

উপরের অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের গড় নির্ণয় করার জন্য কি ভাবে অগ্রসর হব? প্রথমে স্কোরগুলোকে গুণে নেই। পাঁচটি, অর্থাৎ N = ৫। এরপর $\sum X$ বের করি।

$\sum X$ = ৬৫ + ৩০ + ৫২ + ৭১ + ৪২ = ২৬০। পরে সূত্রে মান বসালাম।

গড় = $\frac{২৬০}{৫}$ = ৫২। গড় পেলাম ৫২।

তাহলে গড় নির্ণয়ের ধাপগুলো হল —

- স্কোরগুলোর সমষ্টি ($\sum X$) নির্ণয় করা
- স্কোরগুলোর সংখ্যা (N) নির্ণয় করা
- $M = \frac{\sum X}{N}$ সূত্রে উপরের দুইটি মান বসিয়ে গড়ের মান নির্ণয় করা

সূত্রের ব্যাখ্যা

প্রচলিত অর্থে $\sum X = \sum_{i=১}^{N} X_i$

এবং উপরের উদাহরণটিতে দেখা যাচ্ছে i এর পাঁচটি মান রয়েছে ১,২,৩,৪,৫

তাহলে $\sum_{i=১}^{N} X_i = X_১ + X_২ + X_৩ + X_৪ + X_৫$

এবং এখানে $X_১$=৬৫, $X_২$=৩০, $X_৩$ =৫২, $X_৪$ =৭১, $X_৫$ =৪২

$$\therefore M = \frac{X_১ + X_২ + X_৩ + X_৪ + X_৫}{৫}$$

$$= \frac{৬৫+৩০+৫২+৭১+৪২}{৫}$$

$$= \frac{২৬০}{৫} = ৫২$$

a

একটি শ্রেণীতে ১০ নম্বরের মাসিক পরীক্ষায় ২০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২ জন পেয়েছে ৮, ৪ জন পেয়েছে ৭, ৮ জন পেয়েছে ৫, ৪ জন পেয়েছে ৩ এবং ২ জন পেয়েছে ২ নম্বর, শ্রেণীর শিক্ষার্থীরা গড়ে কত পেয়েছে?

কি ভাবে গড় বের করবেন?

এক্ষেত্রে ২০টি স্কোরকে সরাসরি যোগ না করে একটি সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে স্কোরের সমষ্টি নির্ণয় করুন। প্রত্যেকটি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সী কত অর্থাৎ ঐ একই স্কোর কতজন পেয়েছে তা থেকে ঐ ছোট দলের সমষ্টি পাব। পরে দলগুলোর সমষ্টিগুলোকে যোগ করে ২০ জন শিক্ষার্থীর স্কোরের সমষ্টি পাব। এবার শিক্ষার্থীর সংখ্যা দিয়ে সকল শিক্ষার্থীর স্কোরের সমষ্টিকে ভাগ করে গড় নির্ণয় করব।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সূত্র

এই ক্ষেত্রে সূত্রটি হবে ঃ

$$M = \frac{\sum fX}{N} \quad \text{(সূত্র ২-২.২)}$$

এখানে দুইটি নতুন ধারণা এসেছে —

f = গণসংখ্যা বা ফ্রিকোয়েন্সী (একই স্কোর যতজন শিক্ষার্থী পেয়েছে)

এবং $\sum f = N$

সারণী ২-২.১ গণসংখ্যা নিবেশন

স্কোর (X)	ফ্রিকোয়েন্সী (f)	স্কোর × শিক্ষার্থী সংখ্যা (fX)
৮	২	১৬
৭	৪	২৮
৫	৮	৪০
৩	৪	১২
২	২	৪
	N = ২০	$\sum fX$ = ১০০

সূত্রে মান বসালাম

$$\text{গড়} = \frac{১০০}{২০} = ৫$$

সুতরাং, গড় স্কোর বা সংখ্যাটি হল ৫।

পরবর্তী পর্যায়ে যাবার আগে আপনাদের একটি ছোট প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রশ্নটি হল - প্রশ্নের উদাহরণটিকে আমরা গণসংখ্যা নিবেশনের মাধ্যমে ছকে বসালাম কেন?

কারণ খুব সহজ। এখানে মাত্র ২০টি স্কোর ছিল। কিন্তু যদি স্কোরের সংখ্যা বেড়ে যায় তাহলে কি প্রথম সূত্রটি ব্যবহার করে গড় বের করা সম্ভব?

অধিক সংখ্যক স্কোর সুন্দরভাবে গুছিয়ে ছকের মাধ্যমে লেখার জন্য গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি করার প্রয়োজন হয়। ক্রমে এ সম্বন্ধে আমরা আরো অনেক প্রয়োজনীয় তথ্য পাব।

মিলিত গড় নির্ণয়

মনে করুন, আপনার বিদ্যালয়ে অষ্টম শ্রেণীতে তিনটি শাখা আছে। আপনি শ্রেণী শিক্ষক। গণিতের তিনজন শিক্ষক আপনাকে নিজ শাখার নম্বর দেবার পরিবর্তে শুধু শিক্ষার্থী সংখ্যা ও গড় নম্বর দিলেন। আপনার প্রয়োজন শ্রেণীভিত্তিক গড় নম্বর। কি করবেন? গড় নম্বরগুলো নিম্নরূপ —

- ‘ক’ শাখার ৪০ জন শিক্ষার্থীর স্কোরের গড় ৪৫
- ‘খ’ শাখার ৩৫ জন শিক্ষার্থীর গড় ৫০
- ‘গ’ শাখার ৫০ জন শিক্ষার্থীর গড় ৩৫

আপনাকে প্রথমে তিনটি শাখার সকল শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি নির্ণয় করতে হবে। গড় স্কোরকে শিক্ষার্থীর সংখ্যা দিয়ে গুণ করলেই ঐ শাখার সকল শিক্ষার্থীর নম্বরের সমষ্টি পেয়ে যাবেন। এভাবে তিনটি শাখার তিনটি স্কোর সমষ্টি পাবেন। এই তিনটি স্কোর সমষ্টিকে যোগ করলেই অষ্টম শ্রেণীর সকল শিক্ষার্থীর স্কোর সমষ্টি পেয়ে যাবেন। আমরা জানি যে, স্কোর সমষ্টিকে স্কোরের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলেই গড় পাওয়া যায়। স্কোরের মোট সংখ্যা কি করে পাবেন? অষ্টম শ্রেণীর তিনটি শাখার শিক্ষার্থী সংখ্যা যোগ করলেই তা পাওয়া যাবে।

আসুন, কাজটি করি —

চার ঘর এবং চারটি সারি বিশিষ্ট একটি ছক তৈরি করি। তারপর নির্দিষ্ট শাখার পাশে সংখ্যাগুলো বসাই। এরপর পর্যায়ক্রমে তিনটি ছোট গুণ, যোগ এবং একটি ভাগ করতে হবে। শেষ পর্যায়ে ৫৩০০ কে ১২৫ দিয়ে ভাগ করে শ্রেণীর গণিতের সাধারণ গড় নম্বর পাওয়া গেল ৪২.৪।

সারণী ২-২.২ নমুনা গণসংখ্যা নিবেশন

শাখা	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	গড় নম্বর	মোট নম্বর
ক	৪০	৪৫	৪০ × ৪৫ = ১৮০০
খ	৩৫	৫০	৩৫ × ৫০ = ১৭৫০
গ	৫০	৩৫	৫০ × ৩৫ = ১৭৫০
ক + খ + গ	১২৫		৫৩০০
		$\frac{৫৩০০}{১২৫} = ৪২.৪$	

সাধারণ সূত্র

ধরা যাক, ক, খ ও গ তিনটি শাখার শিক্ষার্থী সংখ্যা যথাক্রমে N_1, N_2, N_3, এবং শাখাগুলোর স্কোরের গড় যথাক্রমে M_1, M_2, M_3।

তাহলে আমরা সূত্রটি লিখতে পারি —

$$M\ (\text{মিলিত গড়}) = \frac{N_1M_1 + N_2M_2 + N_3M_3}{N_1 + N_2 + N_3} \qquad (\text{সূত্র ২-২.৩})$$

এখন বুঝতে পারছেন যে, মান এবং স্কোরের সংখ্যা সমষ্টি জানা থাকলে সূত্রটির সাহায্যে মিলিত গড় নির্ণয় করতে পারবেন। তিনটির পরিবর্তে শাখা সংখ্যা বেড়ে n হলে সূত্রটি হবে নিম্নরূপ ––

$$M = \frac{N_1M_1 + N_2M_2 + N_3M_3 \ldots\ldots\ldots\ldots N_nM_n}{N_1 + N_2 + N_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots N_n} \quad \text{(সূত্র ২-২.৪)}$$

এখানে, n = দলের সংখ্যা

সুতরাং, N_n = n তম দলের শিক্ষার্থী সংখ্যা

M_n = n তম দলের গড়।

সারাংশ

এই পাঠ শেষে আমরা অবিন্যস্ত স্কোর থেকে গড় এবং পৃথক গড় থেকে সম্মিলিত গড় বা সাধারণ গড় নির্ণয় করা শিখলাম। শিক্ষার্থীর পাঠোন্নতির রেকর্ড তৈরি করতে আমাদের গড় করার প্রয়োজন হয়। টার্ম শেষের পরীক্ষার রিপোর্ট কার্ড তৈরি করার সময় প্রতিটি শিক্ষার্থীর সব বিষয়ের গড় (বা শতকরা স্কোর) লিখে দেওয়া হয়। এ থেকে শিক্ষার্থীর অভিভাবক বুঝতে পারেন গত টার্মে বা সিমেস্টারে তার সন্তান ভাল করল না খারাপ করল (চিত্র ২-২.১ দ্রষ্টব্য)। শুধুমাত্র শিক্ষাক্ষেত্রে নয় জীবনের প্রায় সবক্ষেত্রেই বিভিন্ন প্রয়োজনে বিভিন্ন সংখ্যা, মূল্যমান ইত্যাদি থেকে গড় বের করতে হয়।

এর পরের পাঠে আমরা বিন্যস্ত স্কোর থেকে গড় বের করা শিখব।

শতকরা প্রাপ্ত নম্বর				**শ্রেণীতে স্থান**			
বর্তমান	পূর্বতন			বর্তমান	পূর্বতন		
৭৮.১৪	পর্ব			৪র্থ	পর্ব		
	১ম	২য়	৩য়		১ম	২য়	৩য়
	৬৩.২				১৬ তম		

চিত্র ২-২.১ নমুনা শিক্ষার্থী মূল্যায়নপত্র (অংশ বিশেষ)

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ২

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

নিচের বন্টনটি সম্পর্কিত ১ ও ২ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দিন।

২০	২৪	২৮	৩২	৩৬

১. $\sum$ যদি সমষ্টির চিহ্ন এবং X যদি এক একটি স্কোর হয় তাহলে উপরের বন্টনে $\sum X$ কত?

ক. ১০৪

খ. ১২১

গ. ১৪০

ঘ. ১৫৫

২. N যদি স্কোরের সংখ্যা হয় তাহলে $M = \frac{\sum X}{N}$ কত?

ক. ২৮.৫

খ. ২৮.০

গ. ২৫.৫

ঘ. ২৫.০

৩. একজন শ্রমিক ১০ দিন কাজ করে দেখল তার দৈনিক আয়ে ভিন্নতা রয়েছে। ১০০ টাকা হিসাবে পেয়েছে ৪ দিন, ১২০ টাকা পেয়েছে ৩ দিন, ১৪০ টাকা পেয়েছে ২ দিন, ১৫০ টাকা পেয়েছে ১ দিন। দিনে তার গড় আয় কত?

ক. ১১৯ টাকা

খ. ১২০ টাকা

গ. ১২৩ টাকা

ঘ. ১৩০ টাকা

৪. বাংলা পরীক্ষায় শ্রেণীর ছাত্রী শাখায় ৩৫ জন ছাত্রী গড়ে ৫৫ নম্বর পেয়েছে এবং ছাত্র শাখায় ৬২ জন ছাত্র গড়ে ৫০ নম্বর পেয়েছে। শ্রেণীর সকল শিক্ষার্থীর মিলিত গড় কত?

ক. ৫১.৮

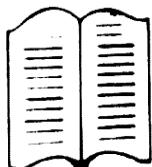
খ. ৬২.৫

গ. ৬৩.৫

ঘ. ৫৪.৫

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। গ, ২। খ, ৩। ক, ৪। ক

পাঠ ৩

বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় ঃ দীর্ঘ পদ্ধতি
[Mean from Grouped Data]

এ পাঠ শেষে আপনি —

- দীর্ঘ পদ্ধতি ব্যবহার করে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন।

স্কোরের সংখ্যা যখন মাত্র ১৪/১৫ টি হয় তখন সাধারণভাবে একটি ছকের মধ্যে এগুলোকে বসান সম্ভব হয়। কিন্তু স্কোর সংখ্যা বেশি হলে কি করবেন? আমাদের দেশের বিদ্যালয়ের কোন শ্রেণীতেই শিক্ষার্থী সংখ্যা ৫০/৬০ এর কম হয় না। এ ক্ষেত্রে ৬০টি স্কোর পরপর বসালে একটি ছক করতে অনেক সময় ও স্থান সংকুলান হবে। এ সমস্ত ক্ষেত্রে আমরা শ্রেণী ব্যাপ্তি বা শ্রেণী ব্যবধান বা class interval তৈরি করি।

বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করার জন্য নিচের ছকের অনুরূপ একটি ছক তৈরি নিতে হয়। এর আগে তৃতীয় ইউনিটে আমরা বিন্যস্ত স্কোর পদ্ধতিতে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি করা শিখেছি।

বিন্যস্ত স্কোরের (দীর্ঘ পদ্ধতিতে) গড় নির্ণয়

সারণী ২-৩.১ গণসংখ্যা নিবেশন

শ্রেণী-ব্যবধান	গণসংখ্যা বা শিক্ষার্থী সংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (X)	স্কোর × শিক্ষার্থী সংখ্যা (fX)
৭০ - ৭৪	১	৭২	৭২
৬৫ - ৬৯	৫	৬৭	৩৩৫
৬০ - ৬৪	৬	৬২	৩৭২
৫৫ - ৫৯	৭	৫৭	৩৯৯
৫০ - ৫৪	১১	৫২	৫৭২
৪৫ - ৪৯	৭	৪৭	৩২৯
৪০ - ৪৪	৭	৪২	২৯৪
৩৫ - ৩৯	৪	৩৭	১৪৮
৩০ - ৩৪	২	৩২	৬৪
	$\sum f$ = N = ৫০		$\sum fX$ = ২৫৮৫

গড় নির্ণয় করার জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করতে হয় তা আমরা আগেই পয়েছি।

গড় (M) = $\frac{\sum fX}{N}$

মনে রাখবেন $\sum f = N$

তবে এখানে, X = শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু

বিন্যস্ত বন্টনের গড় নির্ণয় সম্পর্কিত ছকে দুইটি সারি (অর্থাৎ শ্রেণী-ব্যবধান এবং ফ্রিকোয়েন্সী) দেওয়া থাকে।

শ্রেণী-ব্যবধান	গণসংখ্যা বা শিক্ষার্থী সংখ্যা (f)
৭০ - ৭৪	১
৬৫ - ৬৯	৫
৬০ - ৬৪	৬
৫৫ - ৫৯	৭
৫০ - ৫৪	১১
৪৫ - ৪৯	৭
৪০ - ৪৪	৭
৩৫ - ৩৯	৪
৩০ - ৩৪	২
	$\sum f = N =$ ৫০

গড় নির্ণয়ের জন্য প্রথমেই প্রতিটি শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু (X) নির্ণয় করে পৃথক একটি সারিতে লিপিবদ্ধ করতে হয়। শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করার জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করতে হয় তাহল, [তৃতীয় ইউনিটে রয়েছে]

মধ্যবিন্দু নির্ণয়

$$\text{মধ্যবিন্দু} = \frac{\text{শ্রেণী-ব্যবধানের সর্বনিম্ন স্কোর} + \text{শ্রেণী-ব্যবধানের সর্বোচ্চ স্কোর}}{\text{২}} \quad \text{(সূত্র ২.৩.২)}$$

সূত্রটি ব্যবহার করলে প্রথম শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু হবে $\frac{\text{৭০}+\text{৭৪}}{\text{২}} = \text{৭২}$।

একইভাবে প্রত্যেকটি শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করতে হয়। এখন প্রত্যেক শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে প্রকৃত স্কোর হিসাবে ধরে নিয়ে, X কে f দিয়ে গুণ করে ঐ শ্রেণী-ব্যবধানের স্কোরগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। এইভাবে প্রাপ্ত fX এর মান শ্রেণী-ব্যবধান বরাবর fX সারিতে লিপিবদ্ধ করা হয়। যেহেতু গড় নির্ণয় করার জন্য স্কোরগুচ্ছের সকল স্কোরের সমষ্টির প্রয়োজন হয় সেজন্য fX সারির সকল মান যোগ করে $\sum fX$ বের করা হয়। পরে $\sum fX$ কে স্কোরের মোট সংখ্যা N দিয়ে ভাগ করে গড় নির্ণয় করা হয়।

সূত্রে মান বসিয়ে উদাহরণটির গড় পাওয়া গেল —

$$\text{গড়} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{\text{২৫৮৫}}{\text{৫০}} = \text{৫১.৭}$$

এবার আসুন, গড় নির্ণয়ের ধাপগুলোর একটি তালিকা তৈরি করি।

- প্রত্যেক শ্রেণী-ব্যবধানের মান নির্ণয় করা এবং X সারিতে লিপিবদ্ধ করা
- প্রত্যেকটি মধ্যবিন্দুকে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী বা গণসংখ্যা দিয়ে গুণ করা এবং fX সারিতে লিপিবদ্ধ করা
- fX সারির সব কয়টি মানের সমষ্টি ($\sum fX$) নির্ণয় করা
- মোট স্কোর সংখ্যা N দিয়ে $\sum fX$ কে ভাগ করা

আপনারা প্রশ্ন করতে পারেন - মধ্যবিন্দু বের করা হয় কেন?

উত্তর অত্যন্ত সহজ —

শ্রেণীব্যাপ্তিতে ৫টি সংখ্যা রয়েছে। পাঁচটি সংখ্যা নিয়ে একবারে কাজ করা সম্ভব নয়। তাই একটি প্রতিনিধিত্বমূলক মান বের করা প্রয়োজন। মধ্যম মানটি এক্ষেত্রে সর্বোত্তম। কারণ এর উপরে এবং নিচে সমান সংখ্যক মান রয়েছে।

a

এবার নিজের খাতায় দীর্ঘ পদ্ধতিতে নিচের বন্টনটির গড় নির্ণয় করুন। পরে সমাধানের সঙ্গে মিলিয়ে দেখুন। আপনার প্রাপ্ত ফলের সঙ্গে সমাধানের মিল না হলে ভুল চিহ্নিত করুন এবং প্রয়োজন অনুযায়ী সংশোধন করুন।

শ্রেণী-ব্যবধান	গণসংখ্যা (f)
১১০ - ১১৪	১
১০৫ - ১০৯	৩
১০০ - ১০৪	২
৯৫ - ৯৯	৪
৯০ - ৯৪	৩
৮৫ - ৮৯	১
৮০ - ৮৪	৬
৭৫ - ৭৯	৪
৭০ - ৭৪	৪
৬৫ - ৬৯	৩
৬০ - ৬৪	১
৫৫ - ৫৯	৩
৫০ - ৫৪	১
৪৫ - ৪৯	১
৪০ - ৪৪	১

বিশেষ দ্রষ্টব্য ঃ এই উদাহরণের সারণীটিকে উচ্চমান থেকে নিম্নমান এভাবে লেখা হয়েছে। আপনি উচ্চ থেকে নিম্ন বা নিম্ন থেকে উচ্চমান যে কোন প্রকারেই কাজ করতে পারেন।

সমাধান

শ্রেণী-ব্যবধান	গণসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (X)	গণসংখ্যা × মধ্যবিন্দু (fX)
১১০ - ১১৪	১	১১২	১১২
১০৫ - ১০৯	৩	১০৭	৩২১
১০০ - ১০৪	২	১০২	২০৪
৯৫ - ৯৯	৪	৯৭	৩৮৮
৯০ - ৯৪	৩	৯২	২৭৬
৮৫ - ৮৯	১	৮৭	৮৭
৮০ - ৮৪	৬	৮২	৪৯২
৭৫ - ৭৯	৪	৭৭	৩০৮
৭০ - ৭৪	৪	৭২	২৮৮
৬৫ - ৬৯	৩	৬৭	২০১
৬০ - ৬৪	১	৬২	৬২
৫৫ - ৫৯	৩	৫৭	১৭১
৫০ - ৫৪	১	৫২	৫২
৪৫ - ৪৯	১	৪৭	৪৭
৪০ - ৪৪	১	৪২	৪২
	$\sum f = N =$ ৩৮		$\sum fX =$ ৩,০৫১

$$\text{গড় } (M) = \frac{\sum fX}{N} = \frac{৩০৫১}{৩৮} = ৮০.৩$$

আমরা প্রথম দুইটি শ্রেণী-ব্যবধান লক্ষ্য করি —

শ্রেণী-ব্যবধান	প্রকৃত সীমা
১১০ - ১১৪	১০৯.৫ - ১১৪.৫
১০৫ - ১০৯	১০৪.৫ - ১০৯.৫

আমরা দেখতে পাচ্ছি, প্রথমটির নিম্নসীমা এবং দ্বিতীয়টির উর্ধ্বসীমা ১০৯.৫। এর অর্থ কি বলতে পারেন? [চূড়ান্ত মূল্যায়নের শেষে উত্তর রয়েছে]

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৩

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

নিচের বন্টনটির সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত প্রশ্নের উত্তর দিন।

শ্রেণী-ব্যবধান	মধ্যবিন্দু (x)	ফ্রিকোয়েন্সী (f)	fx
৪০ - ৪৪		৫	
৩৫ - ৩৯		৭	
৩০ - ৩৪		১০	
২৫ - ২৯		৯	
২০ - ২৪		৪	
১৫ - ১৯		৫	
		N = ৪০	

১. সর্বোচ্চ শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু কত?
   - ক. ৪০.৫
   - খ. ৪২.০
   - গ. ৪৪.০
   - ঘ. ৪৪.৫

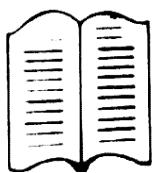
২. ৩০ - ৩৪ শ্রেণী-ব্যবধান বরাবর fx কত হবে?
   - ক. ৩০.০
   - খ. ৩০.৫
   - গ. ৩২.০
   - ঘ. ৩২.৫

৩. বন্টনটির $\sum$fx কত?
   - ক. ১০০৫
   - খ. ১২০৫
   - গ. ৭০৮০
   - ঘ. ৮০৭০

৪. বন্টনটির গড় কত?
   - ক. ৩০.১
   - খ. ৩০.৫১
   - গ. ৩০.৫১
   - ঘ. ৩১.১০

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। খ, ২।গ, ৩। খ, ৪।খ

পাঠ ৪

বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় ঃ সংক্ষিপ্ত (অথবা অনুমিত গড়) পদ্ধতি [Mean computed from Coded Values]

এই পাঠ শেষে আপনি —

- সংক্ষিপ্ত (অথবা অনুমিত) গড় পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন।

আগের পাঠটিতে আমরা দেখলাম গড় নির্ণয় কাজে প্রত্যেকবার গণসংখ্যাকে মধ্যবিন্দু দিয়ে গুণ করতে হয়। এর ফলে মধ্যবিন্দু বা গণসংখ্যার যে কোনটি বা দুইটি বড় হলে প্রত্যেকবার একটি বড় সংখ্যা পাই আমরা। এতে হিসাবে ভুল করার সম্ভাবনা থাকে। অন্য একটি পদ্ধতি আছে যার ফলে হিসেব সহজতর হয়। একে বলা হয় সংক্ষিপ্ত বা অনুমিত পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে কিভাবে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে হয় তা বুঝার জন্য পাঠ - ৩ এর সারণী ২-৩.১ ব্যবহার করা হবে। এই পদ্ধতিতে নিচের ছকের অনুরূপ একটি ছক তৈর করে নিন।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)	মধ্যমান	অনুমিত গড় থেকে শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যমানের বিচ্যুতি (x′)	বিচ্যুতি × ফ্রিকোয়েন্সী (fx′)
৭০ - ৭৪	১	৭২	৪	৪
৬৫ - ৬৯	৫	৬৭	৩	১৫
৬০ - ৬৪	৬	৬২	২	১২
৫৫ - ৫৯	৭	৫৭	১	৭ } + ৩৮
৫০ - ৫৪	১১	৫২	০	০
৪৫ - ৪৯	৭	৪৭	− ১	− ৭
৪০ - ৪৪	৭	৪২	− ২	− ১৪
৩৫ - ৩৯	৪	৩৭	− ৩	− ১২
৩০ - ৩৪	২	৩২	− ৪	− ৮ } − ৪১
	N = ৫০			$\sum fx'$ = − ৩

সূত্র

এই পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করার জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করা হয় তা হল,

$$M = M' + i \times \frac{\sum fx'}{N} \qquad \text{(সূত্র ২-৪.১)}$$

এখানে, M' = অনুমিত গড়

i = শ্রেণী দৈর্ঘ্য

x' = অনুমিত গড় থেকে শ্রেণী-ব্যবধানের বিচ্যুতি

অনুমিত গড় পদ্ধতিতে প্রথম একটি সংখ্যামানকে অনুমিত গড় হিসাবে স্থির করে নিতে হয়, পরে সংশোধনের মাধ্যমে প্রকৃত গড় নির্ণয় করা হয়। যে কোন বিন্যস্ত বন্টনের গড়, মাঝামাঝিতে অবস্থিত কোন শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যে থাকার সম্ভাবনাই বেশি। এ কারণে ফ্রিকোয়েন্সী বেশি এবং বন্টনের মাঝামাঝি অবস্থানে রয়েছে এমন একটি শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত গড় ধরা হয়। পরে শুদ্ধি সংখ্যা নির্ণয় করে অনুমিত গড়ের সাথে সেই সংখ্যাকে বীজগণিতীয় পদ্ধতিতে যোগ করা হয়।

শুদ্ধি সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য অনুমিত গড় থেকে অন্যান্য শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি নির্ণয় করতে হয়। প্রাপ্ত প্রকৃত বিচ্যুতিকে শ্রেণী-দৈর্ঘ্য এর এককে পরিবর্তিত করে নিতে হয়। শ্রেণী ব্যবধানে এর প্রকৃত উর্ধ্বসীমা থেকে প্রকৃত নিম্নসীমাকে বিয়োগ করে শ্রেণী দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হয়। যে শ্রেণী ব্যবধানে অনুমিত গড় অবস্থিত সেই শ্রেণী ব্যবধান বরাবর fx' সারিতে 0 (শূন্য) বসাতে হয়। পরে ধনাত্মক বিচ্যুতির শ্রেণী ব্যবধান বরাবর ক্রমানুযায়ী +১, +২ ইত্যাদি এবং ঋণাত্মক বিচ্যুতির শ্রেণী ব্যবধান বরাবর ক্রমানুযায়ী -১, -২ ইত্যাদি বসাতে হয়। এবার প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি এবং বিচ্যুতিকে গুণ করে fx' সারিতে লিপিবদ্ধ করতে হয়। পরে বীজগণিতিয় নিয়মে $\sum fx'$ (সকল ধনাত্মক fx' এর মানের সমষ্টির এবং সকল ঋণাত্মক fx' এর মানের সমষ্টির যোগফল) নির্ণয় করতে হয। যদি ধনাত্মক মানের সমষ্টি বড় হয় তাহলে $\sum fx'$ এর মান ধনাত্মক (+) হয়। অপরপক্ষে ঋণাত্মক fx' এর মানের সমষ্টি যদি বড় হয় তাহলে $\sum fx'$ এর মান ঋণাত্মক (-) হয়। শুদ্ধি সংখ্যা নির্ণয়ের জন্যে fx' এর গড়কে অর্থাৎ $\frac{\sum fx'}{N}$ কে শ্রেণী দৈর্ঘ্য দিয়ে গুণ করতে হয়। সবশেষে প্রাপ্ত শুদ্ধি সংখ্যাকে বীজগণিতীয় পদ্ধতিতে অনুমিত গড়ের সাথে যোগ করতে হয়। প্রাপ্ত যোগ ফলই বন্টনটির প্রকৃত গড়।

আসুন, সূত্রে মান বসিয়ে উদাহরণটির প্রকৃত মান বের করি —

$$M = M' + i \times \frac{\sum fx'}{N} = ৫২ + ৫ \times \frac{(-৩)}{৫০} = ৫২ - \frac{১৫}{৫০} = ৫২ - ০.৩ = ৫১.৭$$

পাঠ-২ এ আমরা গড় পেয়েছিলাম ৫১.৭

লক্ষ করেছেন নিশ্চয়ই দীর্ঘ পদ্ধতি অথবা সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি যে কোনটি ব্যবহার করি না কেন একই গড় পাওয়া যায়। অর্থাৎ দীর্ঘ এবং সংক্ষিপ্ত দুইটি পদ্ধতিরই নির্ভরযোগ্যতা সমান।

এবার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে কিভাবে গড় নির্ণয় করতে হয় তার ধাপগুলো লিপিবদ্ধ করি —

1. বন্টনের মাঝামাঝিতে অবস্থিত যে শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি সবচেয়ে বেশি সেই শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত গড় হিসাবে ধরে নেওয়া।
2. প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু স্থির করে সারিতে লিপিবদ্ধ করা।
3. অনুমিত গড়ের শ্রেণী ব্যবধান বরাবর সারিতে ০ (শূন্য) বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা।
4. ক্রম অনুযায়ী উপরের শ্রেণী-ব্যবধানগুলো বরাবর x' সারিতে +১, +২ ইত্যাদি বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা। একইভাবে ক্রম অনুযায়ী নিচের শ্রেণী ব্যবধানগুলো বরাবর x' সারিতে -১, -২ ইত্যাদি বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা।
5. প্রত্যেক শ্রেণী ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী এবং বিচ্যুতি সংখ্যা গুণ করে গুণফলকে fx' সারিতে লিপিবদ্ধ করা।
6. বীজগণিতিয় নিয়মে $\sum fx'$ নির্ধারণ করা।
7. $\sum fx'$ কে N দিয়ে ভাগ করে সেই ফলকে শ্রেণী-দৈর্ঘ্য অর্থাৎ i দিয়ে গুণ করে শুদ্ধি সংখ্যা নির্ণয় করা।
8. বীজগণিতিয় পদ্ধতিতে অনুমিত গড়ের সঙ্গে শুদ্ধি সংখ্যা যোগ করে প্রকৃত গড় নির্ণয় করা।

পাঠ ৩ এ সারণী ২-৩.২ ব্যবহার করে সংক্ষিপ্ত বা অনুমিত গড় পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করুন। পরে নিচের উদাহরণের সাথে মিলিয়ে নিন।

নিজস্ব বুদ্ধিমত্তার উপর নির্ভর করে কাজ করতে আগ্রহী হলে নিচের সামাধানটির উপর এক টুকরা কাগজ রেখে নিন ; কাজ শেষ হলে পরে মিলিয়ে নেবেন।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)	মধ্যবিন্দু (x)	x′	f x′
১১০ - ১১৪	১	১১২	+ ৬	৬
১০৫ - ১০৯	৩	১০৭	+ ৫	১৫
১০০ - ১০৪	২	১০২	+ ৪	৮
৯৫ - ৯৯	৪	৯৭	+ ৩	১২
৯০ - ৯৪	৩	৯২	+ ২	৬
৮৫ - ৮৯	১	৮৭	+ ১	১
৮০ - ৮৪	৬	৮২	০	+৪৮
৭৫ - ৭৯	৪	৭৭	− ১	− ৪
৭০ - ৭৪	৪	৭২	− ২	− ৮
৬৫ - ৬৯	৩	৬৭	− ৩	− ৯
৬০ - ৬৪	১	৬২	− ৪	− ৪
৫৫ - ৫৯	৩	৫৭	− ৫	−১৫
৫০ - ৫৪	১	৫২	− ৬	− ৬
৪৫ - ৪৯	১	৪৭	− ৭	− ৭
৪০ - ৪৪	১	৪২	− ৮	− ৮
	N = ৩৮			− ৬১
				$\sum$f x′ = −১৩

$$M = M' + i \times \frac{\sum fx'}{N}$$

$$= ৮২ + ৫ \times \frac{(-১৩)}{৩৮}$$

$$= ৮২ - ১.৭ = ৮০.৩$$

এবারও একই উত্তর পাওয়া গেল।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৪

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

নিচের বন্টনটি সম্পর্কিত প্রশ্নের উত্তর দিন।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)	x	fx
৩৩ - ৩৬	১	+ ৩	+ ৩
২৯ - ৩২	১	+ ২	+ ২
২৫ - ২৮	৪	+ ১	+ ৪
২১ - ২৪	১০	০	০
১৭ - ২০	৫	– ১	– ৫
১৩ - ১৬	৩	– ২	– ৬
৯ - ১২	৩	– ৩	– ৯
৫ - ৮	২	– ৪	– ৮
১ - ৪	১	– ৫	– ৫
	N = ৩০	– ৯	– ২৪

১. উপরের বন্টনের শ্রেণী-দৈর্ঘ্য কত?

ক. ৪

খ. ৩

গ. ৩.৫

ঘ. ২.৫

২. সর্বোচ্চ শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমা কত?

ক. ৩৩.৫ – ৩৬.৫

খ. ৩২.৫ – ৩৫.৫

গ. ৩৩.৫ – ৩৬.৫

ঘ. ৩৩.৫ – ৩৬.৫

৩. বন্টনটির অনুমিত গড় কত?

ক. ২২.০

খ. ২২.৫

গ. ২৩.০

ঘ. ২৩.৫

৪. $i \times \frac{\sum fx'}{N}$ কত?

ক. (– ৩.৫)

খ. (– ৩.০)

গ. (– ৩.২)

ঘ. (– ০.৮)

৫. $M = M' + i \times \frac{\sum fx'}{N}$ কত?

ক. ২৫.৫
খ. ২৫.৭
গ. ২২.৫
ঘ. ২৩.২

আ) সমস্যামূলক প্রশ্ন

১. ধরে নিচ্ছি আপনি কোন এক বিদ্যালয়ের শিক্ষক এবং আপনি সপ্তম শ্রেণীতে "কৃষি শিক্ষা" পড়ান। 'ক' শাখায় শিক্ষার্থী সংখ্যা ৫০ হলে আপনি অর্ধ বার্ষিক পরীক্ষায় ১০০ নম্বরের যে পরীক্ষাটি নিলেন তার প্রাপ্ত নম্বরের সাহায্যে একটি গণসংখ্যা নিবেশন বা frequency distribution তৈরি করুন। সর্বোচ্চ স্কোর ৯৮ এবং সর্বনিম্ন স্কোর ৪৫ হলে কয়টি শ্রেণীব্যাপ্তি তৈরি করবেন এবং শ্রেণী ব্যবধান কত নির্ধারণ করবেন?

এবার আসুন, দুইটি ভিন্ন ধর্মী অবস্থা আলোচনা করি —
মনে করি, 'খ' শাখায় মাত্র দুইজন শিক্ষার্থী ৯০ এর বেশি পেল কিন্তু অন্য কেউই ৬০ এর বেশি পেলনা এক্ষেত্রে কি গড় স্কোর দ্বারা শ্রেণীর সব শিক্ষার্থীর অবস্থান নির্ধারণ করা যুক্তিসঙ্গত হবে?

সঠিক উত্তর ঃ

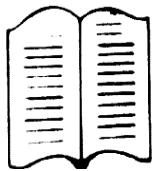
আ) ১। ক, ২। গ, ৩। খ, ৪। গ, ৫। খ

আ) ১। সংকেত ঃ

$\sum fx = N = ৫০$

৯৮ − ৪৫ = ৫৩

(তৃতীয় ইউনিটের চতুর্থ পাঠে উল্লেখ করা হয়েছে)

শ্রেণীসংখ্যা = $\frac{৫৩}{৫} \cong ১০$

এবং শ্রেণী-ব্যবধান ৫ হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে।

পাঠ ৫

মধ্যক নির্ণয়
[Calculation of Median]

এই পাঠ শেষে আপনি —

- অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন
- বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন।

অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়

স্কোরগুলো এলোমেলো ভাবে ছড়ানো থাকলে সরাসরি মধ্যক নির্ণয় কর যায় না। প্রথমে স্কোরগুলোকে ক্রমানুসারে সাজিয়ে নিতে হয়। এরপর যে কোন একদিক থেকে গণনা করে এমন বিন্দুতে পৌঁছাতে হয় যে বিন্দুর নিচে ও উপরে সমান সংখ্যক স্কোর থাকে। ক্রমানুযায়ী সাজানো স্কোরগুলোর মধ্যক হচ্ছে $\frac{N+১}{২}$ তম পদ। এখানে N হচ্ছে মোট স্কোরের সংখ্যা। এবার আমরা একটি উদাহরণ দিয়ে অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক বের করব।

বিজোড় সংখ্যক স্কোর

উদাহরণ-১	১৫	১৮	২২	১৪	১৩	২০	২৫	৩৫	৩২	২১	৩৫

উপরের স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজালে এমন হবে —

১৩	১৪	১৫	১৮	২০	২১	২২	২৫	৩২	৩৫	৩৫

এখানে N = ১১

সুতরাং, মধ্যক হবে $\frac{১১+১}{২}$ তম পদটি

অর্থাৎ যে কোন দিক দিয়ে গণনা করলে মধ্যক হবে ষষ্ঠতম স্কোরটি।

সুতরাং, এই স্কোরগুচ্ছের মধ্যক ২১।

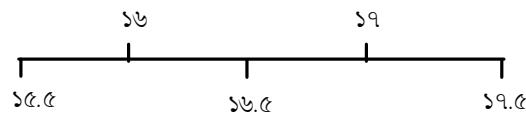
জোড় সংখ্যক স্কোর

যদি স্কোরের সংখ্যা বিজোড় হয় তাহলে মধ্যক হিসাবে একটি স্কোর পাওয়া যায়।

স্কোর সংখ্যা জোড় হলে মধ্যক নির্ণয় করার পদ্ধতি।

উদাহরণ-২	১৬	১৩	১২	২০	১৪	১৫	১৭	৩৪	৪৮	৫৫

উপরের স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজালে এমন হবে —

১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	২০	৩৪	৪৮	৫৫

এখানে N = ১০

সুতরাং, মধ্যক হবে $\frac{১০+১}{২}$ = ৫.৫ তম পদটি

যে কোন একদিক থেকে গুনে গেলে পঞ্চম এবং ষষ্ঠ পদের মধ্যবর্তী স্থানে মধ্যকটি পাওয়া যাবে।

সুতরাং, উদাহরণ-২ এর মধ্যক হচ্ছে $\frac{১৬+১৭}{২}$ = ১৬.৫

পাঠ-৩ এর শ্রেণীব্যবধানের কথা মনে থাকলে সহজেই বুঝতে পারবেন যে, ১৬ সংখ্যাটির প্রকৃত সীমা হচ্ছে ১৫.৫ - ১৬.৫ এবং ১৭ সংখ্যাটির প্রকৃত সীমা ১৬.৫ - ১৭.৫। সুতরাং এই দুইটি সংখ্যার মাঝখানে রয়েছে ১৬.৫।

চিত্র ২-৫.১ মধ্যবিন্দু নির্ণয়

এবার আমরা ধাপগুলো পরপর লিখে নেই।

অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করার ধাপসমূহ —

1. স্কোরগুচ্ছের স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজানো
2. স্কোরের সংখ্যা নির্ণয় করা
3. $\frac{N+১}{২}$ এর মান নির্ণয় করে কত তম পদটি মধ্যক হবে তা নির্ধারণ করা
4. যে কোন প্রান্ত থেকে শুরু করে $\frac{N+১}{২}$তম পদ পর্যন্ত গণনা করা
5. স্কোরের সংখ্যা বিজোড় হলে মধ্যক হিসাবে ক্রমানুয়ী সাজানো স্কোরগুচ্ছের ঠিক মাঝের স্কোরটিকে সনাক্ত করা
6. জোড় সংখ্যক স্কোর হলে ঠিক মাঝের দুটি স্কোরের গড় নির্ণয় করে $\frac{N+১}{২}$তম পদটি নির্ধারণ করা

বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়

বিন্যস্ত স্কোর থেকে মধ্যক নির্ণয় করার জন্য সূত্র (২-৫.১) বা (২-৫.৫) ব্যবহার করা হয় —

সূত্র ২-৫.১

$$\text{মধ্যক} = L_1 + i \times \frac{\frac{N}{২} - f_b}{f_m}$$

L_1 = যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা

i = শ্রেণী-দৈর্ঘ্য

$\frac{N}{২}$ = মোট স্কোর সংখ্যার অর্ধেক

f_b = যে শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের নিচে অবস্থিত শ্রেণী-ব্যবধানগুলোর (ছোট মানের স্কোরের) ফ্রিকোয়েন্সীসমূহের যোগফল

f_m = যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী

সূত্র ২-৫.২

$$\text{মধ্যক} = U_1 + i \times \frac{\frac{N}{২} - f_a}{f_m}$$

U_1 = যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা

i = শ্রেণী-দৈর্ঘ্য

$\frac{N}{২}$ = মোট স্কোর সংখ্যার অর্ধেক

f_a = যে শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের উপরে অবস্থিত শ্রেণী-ব্যবধানগুলোর (বড় মানের স্কোরের) ফ্রিকোয়েন্সীসমূহের যোগফল

f_m = যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী বা গণসংখ্যা

যে কোন একটি সূত্র ব্যবহার করে বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করা যায়। মনে রাখবেন দুইটি সূত্র ব্যবহার করে একই মধ্যক পাওয়া যায়। কারণ মধ্যক এমন একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যা স্কোরগুচ্ছকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে।

সূত্র ২-৫.১ প্রয়োগ করে মধ্যক নির্ণয়

সারণী ২-৫.১

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী	
৪৮ - ৫০	১	
৪৫ - ৪৭	১	
৪২ - ৪৪	২	
৩৯ - ৪১	৫	
৩৬ - ৩৮	৬	
৩৩ - ৩৫	৮	← f_m
৩০ - ৩২	৭	
২৭ - ২৯	৪	
২৪ - ২৬	৩	} ১৭ → f_b
২১ - ২৩	২	
১৮ - ২০	১	
	N = ৪০	

৮	২৫ ২৪ ২৩ ২২ ২১ ২০ ← ১৯ ১৮
৭ ৪ ৩ ২ ১	১৭

আমরা জানি, মধ্যক এমন একটি বিন্দু যা বন্টনটিকে সমান দুভাগে ভাগ করে। সুতরাং মধ্যকটি কোন শ্রেণী-ব্যবধানে আছে তা নির্ধারণ করার জন্য $\frac{N}{২}$ বের করতে হবে। প্রদত্ত বন্টনে $\frac{N}{২}$ = ২০। এবার নিচে থেকে ক্রমান্বয়ে শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীগুলোকে যোগ করে উপরের দিকে উঠতে হবে। যেখানে গিয়ে ফ্রিকোয়েন্সীর সমষ্টি ২০ হবে সেই ব্যবধানে মধ্যক অবস্থিত। আমাদের উদাহরণে যদি নিচে থেকে ফ্রিকোয়েন্সীগুলো যোগ করে যেতে থাকি তাহলে কোন শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি আছে তা নির্ধারণ করতে পারব। দেখা যাচ্ছে শ্রেণী-ব্যবধান ৩৩ - ৩৫ এর মধ্যে মধ্যকটি আছে। কারণ $\frac{N}{২}$ = ২০ এখানে অবস্থিত।

> কোন প্রশিক্ষণার্থীর বিশেষ ব্যাখ্যার প্রয়োজন হলে এ অংশটুকু পড়ে নিন —
> ১৭তম গণসংখ্যা বা ফ্রিকোয়েন্সী রয়েছে ৩০ - ৩২ শ্রেণীব্যাপ্তির মধ্যে। সুতরাং ২০তম গণসংখ্যা পেতে হলে এর পরের শ্রেণীব্যাপ্তিতে খুঁজতে হবে। ১৮তম থেকে ২৫তম গণসংখ্যাগুলো রয়েছে ৩৩ - ৩৫ শ্রেণীব্যাপ্তিতে।

যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার নিম্নসীমা হচ্ছে ৩২.৫ এবং উর্ধ্বসীমা হচ্ছে ৩৫.৫। যে কোন শ্রেণী-ব্যবধানে উর্ধ্বসীমা থেকে নিম্নসীমাকে বিয়োগ করলেই শ্রেণী-দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। আমাদের বর্তমান বন্টনটির শ্রেণী-দৈর্ঘ্য ৩৫.৫ - ৩২.৫ = ৩। যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত সেই শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী f_m = ৮। f_m এর নিচে অবস্থিত ফ্রিকোয়েন্সীসমূহের যোগফল = ১৭। সাধারণত ধরা হয় যে, শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা এবং উর্ধ্বসীমার মধ্যে ঐ শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীগুলো সমানভাবে ছড়িয়ে থাকে। সুতরাং মধ্যক নির্ণয় করার জন্য আমাদের ঐ শ্রেণী-ব্যবধানে $i \times \frac{\frac{N}{২} - f_b}{f_m}$ অর্থাৎ ৩ এর $\frac{৩}{৮}$ পর্যন্ত উঠতে হবে। প্রাপ্ত রাশিগুলোকে (২-৫.১) নং সূত্রে বসিয়ে আমরা পাই —

$$\text{মধ্যক} = ৩২.৫ + ৩ \times \frac{২০ - ১৭}{৮}$$

$$= ৩২.৫ + ৩ \times \frac{৩}{৮} = ৩২.৫ + ১.১৩ = ৩৩.৬৩$$

সূত্র ২-৫.১ ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয়ের বিভিন্ন ধাপগুলো কি কি?

1. রাশিগুলোর সমষ্টির অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{N}{২}$ নির্ণয় করা
2. নিচে থেকে অর্থাৎ সবচেয়ে ছোট শ্রেণী-ব্যবধান থেকে ক্রমশঃ বড় স্কোরের শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীগুলো যোগ করে মধ্যক যে শ্রেণী-ব্যবধানে অবস্থিত তা নির্ধারণ করা
3. f_b অর্থাৎ যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত সেই শ্রেণী-ব্যবধানের নিচের শ্রেণী-ব্যবধানগুলোর ফ্রিকোয়েন্সী সমূহের যোগফল নির্ণয় করা
4. f_m অর্থাৎ যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার ফ্রিকোয়েন্সী বের করা
5. i অর্থাৎ শ্রেণী-দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা
6. প্রাপ্ত সকল মান সূত্রে বসিয়ে মধ্যক নির্ণয় করা

সূত্র ২-৫.২ প্রয়োগ করে মধ্যক নির্ণয়

সারণী ২-৫.১

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী	
৪৮ - ৫০	১	
৪৫ - ৪৭	১	
৪২ - ৪৪	২	১৭ — f_b
৩৯ - ৪১	৫	
৩৬ - ৩৮	৬	
৩৩ - ৩৫	৮	— f_m
৩০ - ৩২	৭	
২৭ - ২৯	৪	
২৪ - ২৬	৩	
২১ - ২৩	২	
১৮ - ২০	১	
	N = ৪০	

সূত্র ২-৫.২ প্রয়োগ করার জন্য সবচেয়ে উপরের শ্রেণী-ব্যবধান (সর্বোচ্চ মানের স্কোরের) থেকে ফ্রিকোয়েন্সী গণনা শুরু করতে হবে। ফ্রিকোয়েন্সীগুলোর ক্রম সমষ্টি নির্ণয় করে ২০ এর অবস্থান নির্ধারণ করতে হবে। দেখা যাবে শ্রেণী-ব্যবধান (৩৩ - ৩৫) এর মধ্যে মধ্যকটি আছে। এই সূত্রটিতে আমাদের শ্রেণী-ব্যবধানটির উর্ধ্বসীমা অর্থাৎ U_L প্রয়োজন হবে। আমরা জানি (৩৩ - ৩৫) শ্রেণী-ব্যবধানটির উর্ধ্বসীমা ৩৫.৫। আমরা আরও জানি যে, f_m = ৮ এবং i = ৩। এখন আমাদের f_a অর্থাৎ যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার উপরের শ্রেণী-ব্যবধানগুলোর (বড় মানের স্কোর) ফ্রিকোয়েন্সীসমূহের যোগফল নির্ণয় করতে হবে। যোগফলটি হল ১৫। এক্ষেত্রে যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার উর্ধ্বসীমা থেকে $i \times \frac{\frac{N}{২} - f_a}{f_m}$ অর্থাৎ ৩ এর $\frac{৩}{৮}$ পর্যন্ত নামতে হবে। এবার সূত্রে মান বসালে মধ্যক পাওয়া যাবে –

$$\text{মধ্যক} = ৩৫.৫ - ৩ \times \frac{২০ - ১৫}{৮} = ৩৫.৫ - ৩ \times \frac{৫}{৮} = ৩৫.৫ - ১.৮৭ = ৩৩.৬৩$$

সূত্র ২-৫.২ ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় করার ধাপগুলোর অধিকাংশই সূত্র ২-৫.১ এর অনুরূপ। কেবলমাত্র f_b এর স্থলে f_a নির্ণয় করতে হয়। এরজন্য উচ্চতম মানের স্কোরের শ্রেণী-ব্যবধান থেকে শুরু করে ক্রমশঃ নিচের দিকে নামতে হয়।

যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত সেই শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমার পরিবর্তে উর্ধ্বসীমা ব্যবহার করতে হয়।

a

কাজটি কতখানি আয়ত্ত করতে পেরেছেন তা যাচাই করার জন্য নিচের বন্টনটির মধ্যক নির্ণয় করুন। যে কোন একটি সূত্র ব্যবহার করলেই চলবে। ফলাফল যাচাই করার জন্য অপর সূত্রটি ব্যবহার করুন। পরে আপনার প্রাপ্ত ফলের সাথে সারণী ২-৫.২ এর সমাধানের ফল মিলিয়ে দেখুন। অমিল দেখলে ভুল চিহ্নিত করুন এবং সংশোধন করুন।

নিজস্ব বুদ্ধিমত্তার উপর নির্ভর করে কাজ করতে আগ্রহী হলে নিচের সামাধানটির উপর এক টুকরা কাগজ রেখে নিন ; কাজ শেষ হলে পরে মিলিয়ে নেবেন।

সারণী ২-৫.২

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী
৪০ - ৪৪	২
৩৫ - ৩৯	৪
৩০ - ৩৪	৬
২৫ - ২৯	৯
২০ - ২৪	১৩
১৫ - ১৯	১০
১০ - ১৪	৩
৫ - ৯	২
০ - ৪	১
	N = ৫০

সমাধান

মধ্যক বা মিডিয়ান $L_L + i \times \frac{\frac{N}{২} - f_b}{f_m}$

$$= ১৯.৫ + ৫ \times \frac{৯}{১৩}$$

$$= ১৯.৫ + ৩.৪৬ = ২২.৯৬$$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৫

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

১. নিচের বন্টনটির মধ্যক কত?

৭. ১০, ৯, ১১, ৮, ৯

ক. ৮.৫

খ. ৯.০

গ. ৯.৫

ঘ. ১০.০

নিচের বন্টনটি সম্পর্কিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দিন।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৯০ - ৯৪	২
৮৫ - ৮৯	৫
৮০ - ৮৪	৮
৭৫ - ৭৯	৭
৭০ - ৭৪	৯
৬৫ - ৬৯	১৩
৬০ - ৬৪	৯
৫৫ - ৫৯	৪
৫০ - ৫৪	৪
৪৫ - ৪৯	৩
৪০ - ৪৪	২
	N = ৬৬

২. যে শ্রেণী-ব্যবধানে মধ্যক আছে সেই শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা (U_L) এবং নিম্নসীমা (L_L) —

ক. ৬৫ - ৬৯

খ. ৬৪.৫ - ৬৯.৫

গ. ৬০ - ৬৯

ঘ. ৬০.৫ - ৬৯.৫

৩. বন্টনটির f_b কত?

ক. ১৩

খ. ২২

গ. ৩১

ঘ. ৩৫

৪. বন্টনটির f_a কত?

ক. ১৩

খ. ২২

গ. ৩১

ঘ. ৩৫

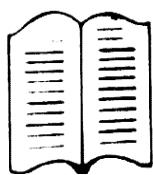
৫. বন্টনটির f_m কত?
- ক. ১৩
- খ. ২২
- গ. ৩১
- ঘ. ৬৬

৬. বন্টনটির $i \times \frac{\frac{N}{২} - f_b}{f_m}$ কত?
- ক. ০.১৫
- খ. ০.৭৭
- গ. ০.৮৫
- ঘ. ৪.২৩

৭. বন্টনটির মধ্যক কত?
- ক. ৬০.৫৩
- খ. ৬৫.২৭
- গ. ৬৮.৭৩
- ঘ. ৬৮.৮৫

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। খ, ২। খ, ৩। খ, ৪। গ, ৫। ক, ৬। ঘ, ৭। গ

পাঠ ৬

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে মধ্যক নির্ণয় পদ্ধতি
[Calculation of Median in Special Cases]

এই পাঠ শেষে আপনি —

- গণসংখ্যা নিবেশনের দুইটি শ্রেণী ব্যবধানের মাঝখানে অবস্থিত মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন
- মধ্যকটি যে শ্রেণী-ব্যবধানে অবস্থিত তার গণসংখ্যা (০) শূন্য হলে বিশেষ পদ্ধতিতে বন্টনটির মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন
- ফ্রিকোয়েন্সী বন্টনের মধ্যে ফাঁক থাকলে বিশেষ পন্থায় বন্টনটির মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন।

এমন কিছু ক্ষেত্র আছে যখন বিন্যস্ত স্কোর থেকে মধ্যক নির্ণয় করতে বেশ অসুবিধার সম্মুখীন হতে হয়। এবার এ রকম কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রের মধ্যক নির্ণয় পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করব।

যখন মধ্যকের অবস্থান দুটি শ্রেণী-ব্যবধানের মাঝখানে ঃ

সারণী ২-৬.১

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী	
৪৯ - ৫২	১	
৪৫ - ৪৮	৩	
৪১ - ৪৪	৪	৪০
৩৭ - ৪০	১৪	
৩৩ - ৩৬	১৮	
২৯ - ৩২	১৪	
২৫ - ২৮	৮	
২১ - ২৪	৮	
১৭ - ২০	৫	৪০
১৩ - ১৬	৩	
৯ - ১২	১	
৫ - ৮	১	
	N = ৮০	

বন্টনটির $\frac{N}{২}$ = ৪০। নিচের দিক থেকে ফ্রিকোয়েন্সীর ক্রমসমষ্টি নির্ণয় করলে আমরা (২৯ - ৩২) শ্রেণী ব্যবধানটিতে পৌঁছে ঠিক ৪০তম স্কোরটি পাই। আবার উপর থেকে যখন ফ্রিকোয়েন্সী ক্রমসমষ্টি নির্ণয় করি তখন (৩৩ - ৩৬) শ্রেণী-ব্যবধানে পৌঁছে ঠিক ৪০তম স্কোরটি পাই। এ ধরনের পরিস্থিতিতে আমাদের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য কোন সংশোধনের প্রয়োজন হয় না। কারণ একটি বিশেষ শ্রেণী-ব্যবধানের সীমান্তে মধ্যকটি অবস্থিত। বুঝতেই পারছেন এক্ষেত্রে ২৯ - ৩২ শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা অর্থাৎ ৩২.৫ অথবা ৩৩ - ৩৬ শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা অর্থাৎ ৩২.৫ এ মধ্যকটি অবস্থিত। মধ্যকটি হচ্ছে ৩২.৫।

মধ্যক এর শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী যখন শূন্য (০) হয় ঃ

সারণী ২-৬.২

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী	
৪৫ - ৪৯	২	
৪০ - ৪৪	৭	২২
৩৫ - ৩৯	১৩	
৩০ - ৩৪	০	
২৫ - ২৯	১১	২২
২০ - ২৪	৯	
১৫ - ১৯	২	
	N = ৪৪	

বন্টনটির $\frac{N}{২}$= ২২। যখন আমরা নিচে থেকে ফ্রিকোয়েন্সীর ক্রমসমষ্টি নির্ণয় করি তখন ২৫ - ২৯ শ্রেণী ব্যবধানে ২২তম স্কোরটিকে পাওয়া যায়। আবার উপর থেকে যখন ফ্রিকোয়েন্সী ক্রমসমষ্টি নির্ণয় করা হয় তখন ৩৫ - ৩৯ শ্রেণী-ব্যবধানে ২২তম স্কোরটিকে পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে মধ্যকের দুইটি অবস্থান লক্ষ্য করা যায়, ২৫ - ২৯ শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা ২৯.৫ এবং ৩৫ - ৩৯ শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা ৩৪.৫। আমরা জানি যে, কোন বন্টনের মধ্যকের একটি মাত্র মান থাকতে পারে। ৩০ - ৩৪ শ্রেণী-ব্যবধানে ফ্রিকোয়েন্সী শূন্য (০) হওয়াতে তা $\frac{N}{২}$ কে প্রভাবিত করতে পারে নাই তাতেই এই ব্যবধানের সৃষ্টি হয়েছে। মধ্যকের সঠিক পরিমাপ পেতে হলে এই শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু পর্যন্ত গণনার অন্তর্ভুক্ত করতে হবে। ৩০ - ৩৪ শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দু ৩২। সুতরাং বন্টনটির মধ্যক ৩২।

মধ্যকটি যে শ্রেণী-ব্যবধানে অবস্থিত তার ফ্রিকোয়েন্সী যদি শূন্য (০) হয় ঃ

সারণী ২-৬.৩

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী	
২৯ - ৩১	৬	
২৬ - ২৮	৩	১৫
২৩ - ২৫	০	
২০ - ২২	৬	
১৭ - ১৯	০	
১৪ - ১৬	০	
১১ - ১৩	৬	
৮ - ১০	৬	১৫
৫ - ৭	৩	
	N = ৩০	

বর্তমান বন্টনটির $\frac{N}{২}$= ১৫। যখন নিচে থেকে ফ্রিকোয়েন্সীর কোন সমষ্টি নির্ণয় করা হয় তখন ১১ - ১৩ শ্রেণী ব্যবধানে ১৫ পাওয়া যায়। আবার উপর থেকে যখন ক্রম সমষ্টি নির্ণয় করা হয় তখন ২০ - ২২ শ্রেণী-ব্যবধানে ১৫ পাওয়া যায়। সুতরাং ১১ - ১৩ শ্রেণী-ব্যবধানের উর্ধ্বসীমা ১৩.৫ অথবা ২০ - ২২ শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা ১৯.৫ হওয়া উচিত। এক্ষেত্রেও আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, মধ্যক একটি না হয়ে দুটি হচ্ছে। এটি কখনও সম্ভব

নয়। মাঝখানের শ্রেণী-ব্যবধান ১৪ - ১৬ এবং ১৭ - ১৯ এর ফ্রিকোয়েন্সী শূন্য (০) হওয়াতেই এই বৈষম্য দেখা দিয়েছে। মধ্যকার বৈষম্য দূর করতে হলে ১১ - ১৩ শ্রেণী-ব্যবধানটির সঙ্গে ১৪ - ১৬ শ্রেণী-ব্যবধানটিকে যোগ করে একটি অধিক বিস্তৃত (১১ - ১৬) শ্রেণী-ব্যবধান তৈরি করতে হবে। একইভাবে শ্রেণী-ব্যবধান ১৭ - ১৯ এর সঙ্গে শ্রেণী-ব্যবধান ২০ - ২২ কে যোগ করে একটি অধিক বিস্তৃত ১৭ - ২২ শ্রেণী-ব্যবধান তৈরি করতে হবে। এবার নিচে থেকে ক্রম সমষ্টি নির্ণয় করলে $\frac{N}{২}=$ ১৫ পাব ১৪ - ১৬ শ্রেণী-ব্যবধানে। এই শ্রেণীর ঊর্ধ্বসীমা ১৬.৫ হবে মধ্যক। আবার আমরা যখন ফ্রিকোয়েন্সীর ক্রম সমষ্টি নির্ণয় করব তখন $\frac{N}{২}=$ ১৫ পাব ১৭ - ২২ শ্রেণী-ব্যবধানে। সুতরাং মধ্যক হবে এই শ্রেণী-ব্যবধানের নিম্নসীমা (১৬.৫)। উভয়ক্ষেত্রে একই মধ্যক পাওয়া যাচ্ছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৬

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

১. নিচের বন্টনটির মধ্যক কত?

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৪০ - ৪৪	৬
৩৫ - ৩৯	১৪
৩০- ৩৪	১০
২৫ - ২৯	৬
২০ - ২৪	৪
	N = ৪০

ক. ৩৩.৫
খ. ৩৪.৫
গ. ৩৫.৫
ঘ. ৩৬.৫

২. নিচের বন্টনটির মধ্যক কত?

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
২৪ - ২৬	৪
২১ - ২৩	৮
১৮ - ২০	০
১৫ - ১৭	৭
১২ - ১৪	৫
	N = ২৫

ক. ১৮.৫
খ. ১৯.০
গ. ১৯.৫
ঘ. ২০.০

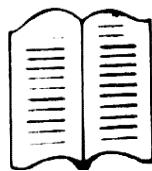
৩. নিচের বন্টনটির মধ্যক কত?

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৩৫ - ৩৯	৪
৩০- ৩৪	৯
২৫ - ২৯	০
২০ - ২৪	০
১৫ - ১৯	৮
১০ - ১৪	৫
	N = ২৬

ক. ২২.০
খ. ২২.৫
গ. ২৪.৫
ঘ. ২৫.৫

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। খ, ২। খ, ৩। গ,

পাঠ ৭

প্রচুরক নির্ণয়
[Calculation of Mode]

এই পাঠ শেষে আপনি —

- অবিন্যস্ত স্কোরের প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবেন
- বিন্যস্ত স্কোরের স্থূল প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবেন
- বিন্যস্ত স্কোরের প্রকৃত প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবেন।

অবিন্যস্ত স্কোরের প্রচুরক নির্ণয়

উদাহরণ-১	৮	১৫	১৩	৬	১৫	১০	১৬	১৭	১০	১১	১৫	৯

স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজালে আমরা পাব

৬	৮	৯	১০	১১	১৩	১৫	১৫	১৫	১৬	১৭

এবার স্কোরগুলোর দিকে লক্ষ্য করলে কোন স্কোরটি স্কোরগুচ্ছে সবচেয়ে বেশি বার এসেছে তা সহজেই বের করা যাবে। এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি স্কোর ১৫ সবচেয়ে বেশি বার এসেছে। সুতরাং ১৫ কেই আমরা এই অবিন্যস্ত স্কোরের প্রচুরক বলব। এইভাবে নির্ণয় করা প্রচুরককে অভিজ্ঞতা নির্ভর প্রচুরক বা স্থূল প্রচুরক বলে।

বিন্যস্ত স্কোরের প্রচুরক নির্ণয়

বিন্যস্ত স্কোরের প্রকৃত প্রচুরক বলতে বুঝায় বন্টনের সেই বিন্দুটি যেখানে সবচেয়ে বেশি সংখ্যক স্কোর সমবেত হয়। প্রকৃত প্রচুরক গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করতে হয়। তবে বিন্যস্ত স্কোর থেকে স্থূল প্রচুরক সহজেই নির্ণয় করা যায়। বিন্যস্ত স্কোরের যে শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী বা গণসংখ্যা সবচেয়ে বেশি সেই শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্য বিন্দুই বন্টনটির স্থূল প্রচুরক। নিচের উদাহরণে আমরা দেখতে পাচ্ছি ৩৫ - ৪৪ শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী সবচেয়ে বেশি। সুতরাং ৩৫ - ৪৪ শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্য বিন্দুই হবে বন্টনটির স্থূল প্রচুরক।

সারণী ২-৭.১

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী
৫৫ - ৬৪	৬
৪৫ - ৫৪	১০
৩৫ - ৪৪	১২
২৫ - ৩৪	৮
১৫ - ২৪	৪
	N = ৪০

$$\text{বন্টনটির স্থূল প্রচুরক} = \frac{৩৫+৪৪}{২} = \frac{৭৯}{২} = ৩৯.৫$$

বিন্যস্ত স্কোরের প্রকৃত প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য গাণিতিক পদ্ধতি ব্যবহার করতে হয়। এক্ষেত্রে বন্টনটির গড় ও মধ্যকের মান জানার প্রয়োজন।

স্কোরগুচ্ছের মধ্যকের তিনগুণ থেকে গড়ের দুইগুণ বাদ দিলে স্কোরগুচ্ছটির প্রকৃত প্রচুরক পাওয়া যায়।

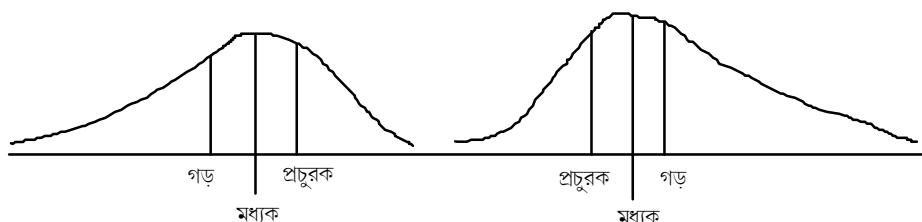
কার্ল পিয়ারসনের সূত্র

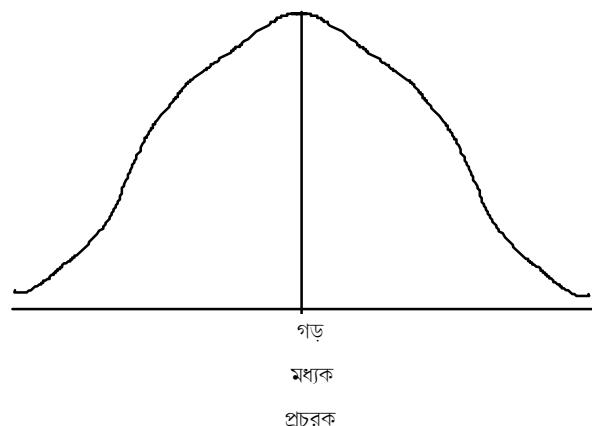
কার্ল পিয়ারসনের সূত্র মতে প্রচুরক, গড় ও মধ্যকের নিম্নোক্ত সম্পর্ক বিদ্যমান —

প্রচুরক = ৩ মধ্যক – ২ গড়   সূত্র ২-৭.১

সারণী ২-৭.১ এর বন্টনটির মধ্যক ৪১.১৭ এবং গড় ৪১.০

সুতরাং প্রচুরক হবে = ৩ × ৪১.১৭ – ২ × ৪১.০

= ১২৩.৫১ – ৮২.০ = ৪১.৫১

আলোচনা

এবার আমরা গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের মধ্যকার সম্পর্ক নিয়ে আলোচনা করব। আমরা জেনেছি সুষম নিবেশনের ক্ষেত্রে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক এর মান সমান হয় এবং অসম নিবেশনের বেলায় গড় ও মধ্যকের মধ্যে যে দূরত্ব থাকে তা গড় এবং প্রচুরকের মধ্যকার দূরত্বের এক তৃতীয়াংশ।

নিচের লেখচিত্রে এই তথ্যটি সুস্পষ্টভবে তুলে ধরা হয়েছে —

ক. ঋণাত্মক অসম   খ. ধনাত্মক অসম নিবেশন

চিত্র ২-৭.১ অসম গণসংখ্যা নিবেশনে প্রচুরক, মধ্যক ও গড়ের অবস্থান

চিত্র ২-৭.২ সুষম গণসংখ্যা নিবেশনে প্রচুর, মধ্যক ও গড়ের অবস্থান

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৭

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

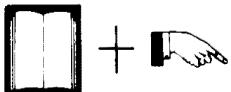
সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

১. নিচের অবিন্যস্ত স্কোরটির স্থুল প্রচুরক কত?
১২, ২৮, ১৯, ১৫, ১৬, ১৫, ৩৫, ১৪, ১৫
ক. ৩৫
খ. ২৬
গ. ১৫
ঘ. ১২

২. নিচের বন্টনটির স্থুল প্রচুরক কত?

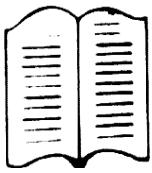
শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৯৫ - ৯৯	১
৯০ - ৯৪	২
৮৫ - ৮৯	৪
৮০ - ৮৪	৫
৭৫ - ৭৯	৮
৭০ - ৭৪	১০
৬৫ - ৬৯	৬
৬০ - ৬৪	৪
৫৫ - ৫৯	৪
৫০ - ৫৪	২
৪৫ - ৪৯	৩
৪০ - ৪৪	১
	N = ৫০

ক. ৭৪.০
খ. ৭২.০
গ. ৭০.৫
ঘ. ৭০.০

৩. প্রকৃত প্রচুরক নির্ণয় করার সূত্র কোন্টি?
ক. প্রচুরক = ৩ গড় – ২ মধ্যক
খ. প্রচুরক = ৩ মধ্যক – ৩ গড়
গ. প্রচুরক = ৩ মধ্যক – ২ গড়
ঘ. প্রচুরক = ৩ গড় – ৩ মধ্যক

৪. ২ নং প্রশ্নের বন্টনটির গড় ৭২.৮০ এবং মধ্যক ৭২.০। বন্টনটির প্রকৃত প্রচুরক কত?
ক. ৭৪.৪০
খ. ৬৮.৪০
গ. ৭২.০৪
ঘ. ৭০.৪০

সঠিক উত্তর ঃ

অ) ১। গ, ২। খ, ৩। গ, ৪। ঘ

পাঠ ৮

কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপ ঃ বৈশিষ্ট্য ও ব্যবহার
[Measures of Central Tendency : Characteristics and Uses]

এই পাঠ শেষে আপনি —

- কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপের বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন
- গড়, মধ্যক এবং প্রচুরকের মধ্যে কোনটি কোন ক্ষেত্রে অধিক ব্যবহারোপযোগী তা বর্ণনা করতে পারবেন।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপের বৈশিষ্ট্য

গড়কে কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য ও নির্ভুল পরিমাপ বলে বিবেচনা করা হয়। সার্বিক দল থেকে (population) সংগৃহীত বিভিন্ন নমুনা দলের (sample groups) মধ্যকগুলো এবং প্রচুরকগুলোর মধ্যে যে ধরনের বৈষম্য দেখা যায়, গড়গুলোর মধ্যে সে তুলনায় অনেক কম বৈষম্য লক্ষ্য করা যায়।

গড় থেকে সহজেই অন্যান্য পরিমাপ, সহ-পরিবর্তনের মান ইত্যাদি নির্ণয় করা যায়।

গড়

গড়ের ক্ষেত্রে স্কোরগুচ্ছের প্রতিটি স্কোরের উপর সমান গুরুত্ব দেওয়া হয়। এ কারণে বন্টনটি যদি মোটমুটিভাবে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয় তাহলে মধ্যক বা প্রচুরকের তুলনায় গড় শ্রেয় বলে বিবেচিত হয়।

গড় থেকে বন্টনের প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতির যোগফল সব সময় শূন্য (০) হয়ে থাকে। মধ্যক বা প্রচুরকের ক্ষেত্রে এমন বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করা যায় না। এ কারণেই গড়কে বন্টনের ভার কেন্দ্র বলা হয়।

যদি কোন বন্টন অসামঞ্জস্যপূর্ণ হয় তাহলে গড় থেকে বন্টনটির সঠিক চিত্র পাওয়া যায় না। দুই একটি চরম প্রকৃতির স্কোরের কারণে গড়ের মানের অনেক তারতম্য হয়ে যায়।

স্কোরগুচ্ছের প্রতিটি স্কোরের সাথে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করলে বা প্রতিটি স্কোর থেকে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা বিয়োগ করলে অথবা প্রতিটি স্কোরকে নির্দিষ্ট সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে স্কোরগুচ্ছের গড় একইভাবে পরিবর্তিত হয়।

মধ্যক

চরম প্রকৃতির স্কোর গড়ের উপর যেমন প্রভাব বিস্তার করে মধ্যকের উপর তেমন করে না। প্রকৃতপক্ষে স্কোরগুচ্ছের আকার মধ্যকের উপর কোন প্রকার প্রভাব বিস্তার করে না।

মধ্যক পরিমাপ স্কেলের একটি বিন্দু মাত্র ; যে বিন্দুটি স্কোরগুচ্ছকে দুটি সমানভাগে ভাগ করে। মধ্যকের মান থেকে স্কোরগুলোর প্রকৃত মান জানা যায় না।

যদি স্কোরগুচ্ছের প্রত্যেকটি স্কোরের সাথে নির্দিষ্ট কোন সংখ্যা যোগ করা যায় বা প্রত্যেকটি স্কোর থেকে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা বিয়োগ করা যায় অথবা কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করা করা যায় তাহলে মধ্যকও সমভাবে বাড়ে অথবা কমে।

প্রচুরক

কোন স্কোরগুচ্ছের প্রচুরক নির্ণয়ে স্কোরের একটি নির্দিষ্ট মানের উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। এ কারণে স্থূল প্রচুরক থেকে স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায় মাত্র। অনেক সময় একটি বন্টনের দুইটি স্থূল প্রচুরকও থাকতে পারে।

স্কোরগুচ্ছের মধ্যকের তিনগুণ থেকে স্কোরগুচ্ছের গড়ের দুইগুণ বাদ দিলে স্কোরগুচ্ছটির প্রকৃত প্রচুরক পাওয়া যায়। প্রকৃত প্রচুরক গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হয় বলে এর মান অনেকটা নির্ভরযোগ্য।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলোর ব্যবহার

শিক্ষা মূল্যায়নের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয় এমন তিনটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ অর্থাৎ গড়, মধ্যক এবং প্রচুরকের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আমরা জেনেছি। এখন দেখা যাক এদের কোনটির ব্যবহার কোন ক্ষেত্রে অধিক উপযোগী।

গড়ের ব্যবহার

যখন আমরা সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পেতে চাই তখন স্কোরগুচ্ছের গড় নির্ণয় করাই যুক্তিযুক্ত। আদর্শ ভুল বা standard error (পরিমাপের ভুলের পরিসীমা নির্ণয়ের জন্য ব্যবহৃত পরিসংখ্যান) নির্ণয় করে দেখা গেছে মধ্যক এবং প্রচুরকের আদর্শ ভুলের তুলনায় গড়ের আদর্শ ভুল অনেক কম।

যদি একই বন্টনের আদর্শ বিচ্যুতি এবং সহ-পরিবর্তনের মান নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় তাহলে পূর্বেই গড় নির্ণয় করে নিতে হয়।

বন্টনের কোন বিশেষ স্কোর, বন্টনটির ভার কেন্দ্র থেকে কতটা উপরে বা কতটা নিচে অবস্থান করছে তা জানার জন্য গড় নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়।

মধ্যকের ব্যবহার

গড় অপেক্ষা অনেক সহজে এবং অল্প সময়ে মধ্যক নির্ণয় করা যায়। জরুরী প্রয়োজনে সময়ের অভাবে মধ্যক ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

যখন কোন বন্টনের প্রান্ত সীমায় খুব উচ্চমানের বা খুব নিম্নমানের স্কোরের সংখ্যা বেশি থাকে তখন গড়ের মান ঐ সকল সংখ্যা দ্বারা প্রভাবিত হয়। এ ধরনের অসামঞ্জস্যপূর্ণ বন্টনের ক্ষেত্রে মধ্যক ব্যবহার করা হয়ে থাকে। চরম স্কোর মধ্যকের উপর কোন প্রভাব ফেলে না।

যখন কোন বিশেষ স্কোর বন্টনের কেন্দ্রীয় বিন্দু থেকে কতদূরে আছে তা জানার প্রয়োজন হয় না, কেবলমাত্র উপরের অর্ধাংশে আছে না নিচের অর্ধাংশে আছে তা জানলেই চলে সে ক্ষেত্রে মধ্যক ব্যবহার করা হয়।

বন্টনটি যদি অসম্পূর্ণ থাকে বা বন্টনটির প্রান্তে অনির্দিষ্ট প্রকৃতির স্কোর থাকে তাহলে গড় নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। এক্ষেত্রে মধ্যক নির্ণয় করতে হয়।

প্রচুরকের ব্যবহার

যখন খুব দ্রুত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ করার প্রয়োজন হয় তখন প্রচুরক ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

যখন মোটামুটিভাবে কাজ চলার মত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের দরকার হয় তখন প্রচুরক ব্যবহার করা যায়।

যখন বন্টনে কোন স্কোরটি বা দৃষ্টান্তটি সবচেয়ে বেশিবার আছে তা জানার প্রয়োজন হয় তখন প্রচুরক ব্যবহার করা হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন - ৮

অ) সংক্ষিপ্ত উত্তরমূলক প্রশ্ন

১. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলোর মধ্যে কোনটি সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য এবং কেন?

২. বন্টনে কোন একটি বিশেষ স্কোরের অবস্থান জানার জন্য কেন্দ্রীয় প্রবণতার কোন পরিমাপটি জানা প্রয়োজন?

৩. কেন্দ্রীয় প্রবণতার কোন পরিমাপটিকে বন্টনের ভারকেন্দ্র বলা হয়? কারণ ব্যাখ্যা করুন।

৪. স্থূল প্রচুরক ও প্রকৃত প্রচুরকের মধ্যে পার্থক্য কি?

সঠিক উত্তর ঃ

পাঠ - ৮ ভালভাবে পড়ে উত্তর প্রস্তুত করুন।

চূড়ান্ত মূল্যায়ন - ইউনিট ২

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ ঃ আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

বন্টনটি সম্পর্কিত প্রশ্নের উত্তর দিন।

২১, ২৭, ২৯, ২৪, ৩০, ২৯, ৩২, ৩৫, ৩৪, ৪২, ৩৮, ৪৫, ৪৭

১. বন্টনটির গড় কত?
   - ক. ৩০.০
   - খ. ৩২.০
   - গ. ৩৩.০
   - ঘ. ৩৩.৫

২. বন্টনটির মধ্যক কত?
   - ক. ২৮.০
   - খ. ২৯.০
   - গ. ৩০.০
   - ঘ. ৩২.০

৩. বন্টনটির স্থূল প্রচুরক কত?
   - ক. ২৯
   - খ. ৩০
   - গ. ৪৫
   - ঘ. ৪৭

৪. বন্টনটি সম্পর্কিত প্রশ্নের উত্তর দিন।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৫৫ - ৬৪	১০
৪৫ - ৫৪	১২
৩৫ - ৪৪	৬
২৫ - ৩৪	৫
১৫ - ২৪	৪
৫ - ২৪	৩

I. সর্বনিম্ন শ্রেণী-ব্যবধানটির নিম্নসীমা, উর্ধ্বসীমা কত?
   - ক. ৫.৫ — ১৩.৫
   - খ. ৪.৫ — ১৪.৫
   - গ. ৪.৫ — ১৩.৫
   - ঘ. ৪ — ১৪

II. ৪৫ - ৫৪ শ্রেণী-ব্যবধানটির মধ্যবিন্দু কোনটি?
   - ক. ৪৮.০
   - খ. ৪৮.৫
   - গ. ৪৯.০
   - ঘ. ৪৯.৫

III. বন্টনটির স্থূল প্রচুরক কত?
ক. ৩৪.৫
খ. ৪৪.৫
গ. ৪৯.৫
ঘ. ৫৭.৫

আ) রচনা ও সমস্যামূলক প্রশ্ন

৭. নিচের বন্টন দুটির গড়, মধ্যক এবং প্রকৃত প্রচুরক নির্ণয় করুন।

ক।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
৯০ - ৯৪	২
৮৫ - ৮৯	২
৮০ - ৮৪	৪
৭৫ - ৭৯	৮
৭০ - ৭৪	৬
৬৫ - ৬৯	১১
৬০ - ৬৪	৯
৫৫ - ৫৯	৭
৫০ - ৫৪	৫
৪৫ - ৪৯	০
৪০ - ৪৪	২
	N = ৫৬

খ।

শ্রেণী-ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
১৩৬ - ১৩৯	৩
১৩২ - ১৩৫	৫
১২৮ - ১৩১	১৬
১২৪ - ১২৭	২৩
১২০ - ১২৩	৫২
১১৬ - ১১৯	৪৯
১১২ - ১১৫	২৭
১০৮ - ১১১	১৮
১০৪ - ১০৭	৭
	N = ২০০

৮. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বুঝেন? উদাহরণের সাহায্যে গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা দিন।

৯. গড় এবং মধ্যকের বৈশিষ্ট্যসমূহ বর্ণনা করুন।

১০. গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক — এই তিনটি পরিমাপের কোন্‌টি কোন ক্ষেত্রে ব্যবহার অধিক যুক্তিযুক্ত উল্লেখ করুন।

উত্তরমালা - ইউনিট ২

১। গ, ২। ঘ, ৩। ক, ৪। I. খ, II. ঘ, III. গ

৭। (ক) বন্টন — গড় (৬৭.৩৬), মধ্যক (৬৬.৭৭), প্রচুরক (৬৫.৫৯)

৭। (খ) বন্টন — গড় (১১৯.৪৪), মধ্যক (১১৯.৪২), প্রচুরক (১১৯.৩৮)

৮। পাঠ - ১ দেখুন, ৯। পাঠ - ৮ দেখুন, ১০। পাঠ - ৮ দেখুন।

পাঠ-২ এর প্রশ্নটির উত্তর ঃ

১০৯.৫ - ১১৪.৫	১০৯.৫০ এর বড় সংখ্যা বসবে
১০৪.৫ - ১০৯.৫	এখানে ১০৯.৫০ পর্যন্ত সংখ্যা বসবে

স্কুল পর্যায়ের কাজে খুব বেশি সূক্ষ্মতার প্রয়োজন না হলেও গবেষণা কাজে দশমিক বিন্দুর পরে চার বা ততোধিক ভগ্নাংশ রাখার প্রয়োজন হতে পারে। সুতরাং প্রথমটির নিম্নসীমা হবে ১০৯.৫০০০১ হবে এবং দ্বিতীয় সারির ১০৯.৫ এর শেষ সীমা হবে ১০৯.৫০০০।